

## 1 Rechtwinklige Dreiecke

Anita, Bernhard und Christian legen ihre quadratischen Badetücher so auf, dass dazwischen ein Dreieck frei bleibt.



Zwei kleine Quadrate ergeben zusammen ein großes.

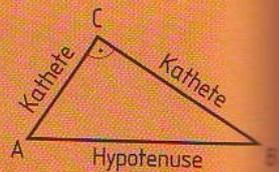
### LEHRSATZ DES PYTHAGORAS:

In jedem **rechtwinkligen** Dreieck gilt:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

Dabei sind

a, b die Längen der **Katheten**,  
c die Länge der **Hypotenuse**.



Merkregel: „Die beiden

Kathetenquadrate sind zusammen gleich groß wie das Hypotenusenquadrat.“

Umgekehrt gilt auch: Jedes Dreieck, in dem für die Seitenlängen  $a^2 + b^2 = c^2$  gilt, ist rechtwinklig.

6 9 3

1 Hat Christian Recht?

Überprüfe seine Behauptung, indem du die Flächeninhalte der drei quadratischen Badetücher mit den Seitenlängen  $a = 120$  cm,  $b = 160$  cm und  $c = 200$  cm vergleichst!

2 Zeichne das Dreieck im Maßstab 1 : 25! Ist es rechtwinklig?

6 9 4

1 Zeichnet die Dreiecke und stellt fest, ob sie spitzwinklig, stumpfwinklig oder rechtwinklig sind!

2 Rechnet nach und setzt dann  $>$ ,  $<$  oder  $=$  ein! Welchen Zusammenhang erkennt ihr?

a	b	c		
77 mm	46 mm	80 mm	_____ winklig	$a^2 + b^2$ _____ $c^2$
53 mm	53 mm	80 mm	_____ winklig	$a^2 + b^2$ _____ $c^2$
53 mm	53 mm	70 mm	_____ winklig	$a^2 + b^2$ _____ $c^2$
77 mm	36 mm	85 mm	_____ winklig	$a^2 + b^2$ _____ $c^2$
68 mm	51 mm	85 mm	_____ winklig	$a^2 + b^2$ _____ $c^2$
68 mm	51 mm	90 mm	_____ winklig	$a^2 + b^2$ _____ $c^2$

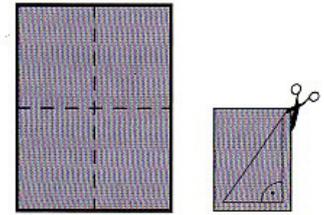
### INFORMATION

Den **Babyloniern** war der berühmte Satz schon vor 4 000 Jahren – also lange vor Pythagoras – bekannt; sie konnten ihn aber nur durch **Nachmessen** überprüfen. Pythagoras wusste, dass dies **nicht genügt**, um zu zeigen, dass der Satz in jedem beliebigen rechtwinkligen Dreieck gilt. Diese Gewissheit erhält man erst durch einen mathematischen **Beweis**. Da gezeigt werden soll, dass der Satz nicht nur für bestimmte, sondern für alle Seitenlängen gilt, wird ein Beweis nicht mit Zahlenwerten, sondern **mit Variablen** geführt.



**\* 695**

Lege ein Blatt Papier zweimal zusammen und schneid ein beliebiges rechtwinkliges Dreieck aus! Du erhältst vier kongruente Dreiecke. Klebe sie wie gezeigt in dein Heft und beschrifte sie!



**1** Schau auf das äußere Viereck! Alle Seiten sind gleich lang und bilden in jeder Ecke einen rechten Winkel, es ist also ein Quadrat.

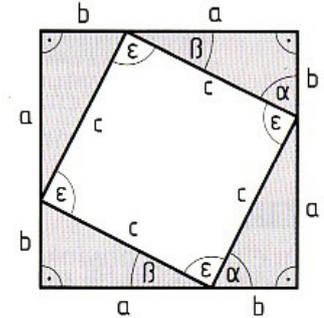
Der Flächeninhalt  $A_1$  dieses Quadrats kann durch die Formel  $A_1 = a^2 + 2ab + b^2$  angegeben werden. Warum?

**2** Mit  $A_2$  bezeichnen wir den Flächeninhalt aller vier Dreiecke zusammen.

Warum kann dieser durch die Formel  $A_2 = 2ab$  angegeben werden?

**3** Schau jetzt auf das innere Viereck! Begründe, warum der Winkel  $\varepsilon = 90^\circ$  haben muss!

Die innere Figur ist also ebenfalls ein Quadrat und ihr Flächeninhalt  $A_3$  kann mit der Formel  $A_3 = c^2$  berechnet werden.



**4** Offensichtlich gilt:  $A_1 - A_2 = A_3$ .

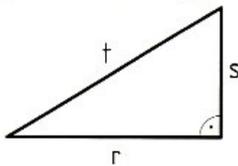
Setze die entsprechenden Terme ein! Du erhältst die Beziehung  $a^2 + b^2 = c^2$ . Weil wir dazu nur mit Variablen gerechnet haben, gilt die Beziehung für beliebige Seitenlängen eines rechtwinkligen Dreiecks.

**696**

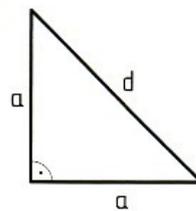
**1** Mit welchem Buchstaben ist in dem dargestellten Dreieck die Hypotenuse, mit welchen sind die Katheten bezeichnet?

**2** Schreib den pythagoräischen Lehrsatz mit diesen Buchstaben auf!

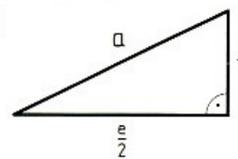
a)



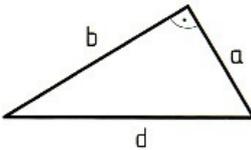
c)



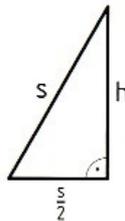
e)



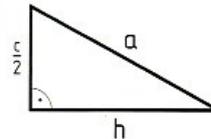
b)



d)



f)



**697**

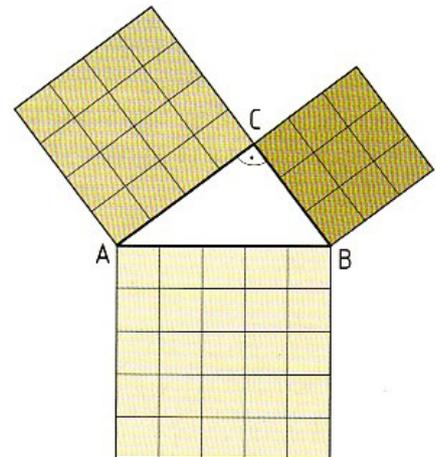
In der Zeichnung entspricht ein Kästchen einem Quadratzentimeter.

**1** Gib die Längen der Katheten und der Hypotenuse an!

$a = \underline{\hspace{2cm}}$  cm,  $b = \underline{\hspace{2cm}}$  cm,  $c = \underline{\hspace{2cm}}$  cm

**2** Die „Kathetenquadrate“ und das „Hypotenusenquadrat“ sind hier anschaulich dargestellt. Schreib in jedes Quadrat den Flächeninhalt als Formel und in Zahlen!

**3** Weise nach, dass das Dreieck rechtwinklig ist, indem du überprüfst, ob der Lehrsatz des Pythagoras gilt!



698

Von einem rechtwinkligen Dreieck sind die Längen der Katheten gegeben. Berechne die Länge der Hypotenuse!

**BEISPIEL**  $a = 5,24 \text{ m}, b = 3,45 \text{ m}$   
 $c^2 = 5,24^2 + 3,45^2 = 39,3601$   
 $c = \sqrt{39,3601} = 6,273 \dots$   
 $c \approx 6,27 \text{ m}$

- a)  $a = 48 \text{ cm}, b = 55 \text{ cm}$   
 b)  $a = 68 \text{ mm}, b = 51 \text{ mm}$

699

Von einem rechtwinkligen Dreieck sind die Längen der Katheten gegeben.

- 1 Konstruiere das Dreieck und miss die Länge der Hypotenuse!
  - 2 Überprüfe die Genauigkeit deiner Zeichnung, indem du die Länge der Hypotenuse berechnest! Die Messung soll um höchstens 1 mm vom Ergebnis abweichen.
- a)  $a = 44 \text{ mm}, b = 66 \text{ mm}$   
 b)  $a = 67 \text{ mm}, b = 29 \text{ mm}$   
 c)  $a = b = 50 \text{ mm}$

700

Von einem rechtwinkligen Dreieck sind die Längen einer Kathete und der Hypotenuse gegeben. Berechne die Länge der anderen Kathete!

**BEISPIEL**  $a = 5,8 \text{ cm}, c = 6,7 \text{ cm}$   
 $a^2 + b^2 = c^2 \quad | - a^2$   
 $b^2 = c^2 - a^2$   
 $b^2 = 6,7^2 - 5,8^2$   
 $b^2 = 11,25 \quad | \sqrt{\quad}$   
 $b = \sqrt{11,25} = 3,35 \dots$   
 $b \approx 3,4 \text{ cm}$

- a)  $a = 16,6 \text{ cm}, c = 17,2 \text{ cm}$   
 b)  $b = 34,5 \text{ cm}, c = 50,0 \text{ cm}$   
 c)  $a = 3,46 \text{ m}, c = 12,50 \text{ m}$   
 d)  $b = 22,4 \text{ m}, c = 33,5 \text{ m}$   
 e)  $b = 5,8 \text{ m}, c = 10,0 \text{ m}$

## HINWEIS

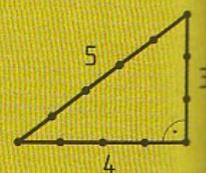
Beim Rechnen mit Maßen ist die erforderliche Genauigkeit meist durch die Angabe bestimmt. Z. B. bei  $a = 5,24 \text{ m}, b = 3,45 \text{ m}$  sind die Seitenlängen auf Zentimeter genau angegeben. Daher ist es nicht sinnvoll, die dritte Seite auf Millimeter genau zu berechnen.

Das **Ergebnis** wird im Allgemeinen auf die **Genauigkeit der Angabe** (also hier auf Zentimeter) **gerundet**.

- c)  $a = 1,30 \text{ m}, b = 1,50 \text{ m}$       e)  $a = 26,5 \text{ m}, b = 15,6 \text{ m}$   
 d)  $a = 7,8 \text{ cm}, b = 13,0 \text{ cm}$       f)  $a = b = 2,83 \text{ m}$

## INFORMATION

Schon vor 4 000 Jahren wussten die Ägypter, dass ein Dreieck mit dem Seitenverhältnis 3 : 4 : 5 rechtwinklig ist. Wegen der alljährlichen Nilüberschwemmungen mussten sie ihre Felder immer wieder neu vermessen. Um einen rechten Winkel zu bilden, verwendeten sie ein Seil, das in gleichen Abständen verknotet war. Die Landvermesser hießen deshalb auch „Seilspanner“ (Harpedonapten). Wenn sie das Seil so legten, wie die Abbildung zeigt, bildete es einen rechten Winkel.



Wenn ich eine Kathete berechne, muss ich die Quadrate subtrahieren, also Hypotenusenquadrat minus Kathetenquadrat!



## 701

Von einem rechtwinkligen Dreieck sind die Längen einer Kathete und der Hypotenuse gegeben.

- 1 Konstruiere das Dreieck und miss die Länge der Kathete, die nicht angegeben ist!
  - 2 Überprüfe die Genauigkeit deiner Zeichnung, indem du die Länge der anderen Kathete berechnest! Die Messung soll um höchstens 1 mm vom Ergebnis abweichen.
- a)  $a = 59 \text{ mm}$ ,  $c = 84 \text{ mm}$     b)  $b = 7,7 \text{ cm}$ ,  $c = 10,0 \text{ cm}$     c)  $a = 2,5 \text{ cm}$ ,  $c = 5,0 \text{ cm}$

## 702

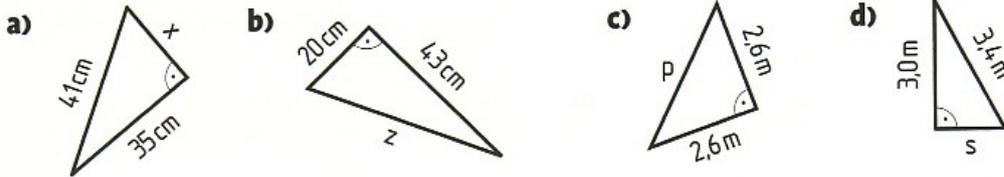
Eine(r) von euch gibt die Länge der Kathete  $a$  an, der oder die andere die Länge der Kathete  $b$ . Wählt die Längen so, dass ihr das Dreieck im Heft zeichnen könnt! Berechnet beide die Länge der Hypotenuse und überprüft durch eine Zeichnung!

## 703

Eine(r) von euch gibt die Länge der Kathete  $a$  an, der oder die andere die Länge der Hypotenuse  $c$ . Wählt die Längen so, dass ihr das Dreieck im Heft zeichnen könnt! Was müsst ihr bei der Wahl von  $c$  beachten? Berechnet beide die Länge der Kathete  $b$  und überprüft durch eine Zeichnung!

## 704

Berechne jene Seitenlänge des skizzierten Dreiecks, die nicht angegeben ist! Überlege zuerst, ob du die Länge einer Kathete oder die der Hypotenuse berechnest!



## 705 Steile Straßen!

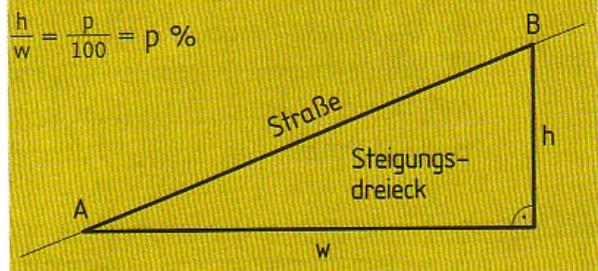
- 1 Berechne den Höhenunterschied  $h$  der angegebenen Orte!
- 2 Rechne die Straßenlänge in Meter um und berechne die waagrechte Entfernung  $w$  mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes!
- 3 Berechne die durchschnittliche Steigung der Straße in Prozent! (Die Kurven spielen bei der Steigung keine Rolle. Du kannst so vorgehen, als ob die Straße geradlinig wäre.)

- a) Landeck (817 m Seehöhe), Galtür (1 584 m Seehöhe), Straßenlänge 39 km  
 b) Kötschach-Mauthen (707 m), Plöckenpass (1 361 m), Straßenlänge 12 km  
 c) Radstadt (862 m), Obertauern (1 739 m), Straßenlänge 22 km  
 d) Lavamünd (348 m), Soboth (1 065 m), Straßenlänge 23 km

### HINWEIS

#### Steigung:

$$\frac{h}{w} = \frac{p}{100} = p \%$$



706

Von einem Rechteck sind die Seitenlängen  $a$  und  $b$  angegeben.

- 1 Konstruiere das Rechteck und miss die Länge der Diagonale!
- 2 Berechne die Länge der Diagonale mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes und vergleiche mit deinem Messergebnis!

a)  $a = 56 \text{ mm}$ ,  $b = 41 \text{ mm}$

b)  $a = 8,6 \text{ cm}$ ,  $b = 4,3 \text{ cm}$

707

Von einem Rechteck sind die Seitenlängen  $a$  und  $b$  angegeben. Berechne die Länge der Diagonale!

a)  $a = 3,90 \text{ m}$ ,  $b = 120 \text{ cm}$

b)  $a = 2,55 \text{ m}$ ,  $b = 70 \text{ cm}$

708

Von einem Rechteck sind die Länge einer Seite und die Länge der Diagonale angegeben.

- 1 Konstruiere das Rechteck und miss die Seitenlänge, die nicht angegeben ist!
- 2 Berechne die Länge dieser Seite mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes und vergleiche mit deinem Messergebnis!

a)  $a = 44 \text{ mm}$ ,  $d = 60 \text{ mm}$

b)  $a = 5,4 \text{ cm}$ ,  $d = 77 \text{ mm}$

709

Von einem Rechteck sind die Länge einer Seite und die Länge der Diagonale angegeben. Berechne die Länge der anderen Seite!

a)  $a = 5,25 \text{ m}$ ,  $d = 10,00 \text{ m}$

b)  $b = 245 \text{ cm}$ ,  $d = 3,50 \text{ m}$

710

Ein Quadrat hat die Seitenlänge  $a$ .

- 1 Konstruiere das Quadrat und miss die Länge der Diagonale!
- 2 Berechne die Länge der Diagonale mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes und vergleiche mit deinem Messergebnis!
- 3 Berechne den Flächeninhalt auf zwei Arten (mit Hilfe der Seitenlänge und mit Hilfe der Diagonalenlänge)!
- 4 Vergleiche die Ergebnisse! Falls sie voneinander abweichen, gib einen Grund dafür an! Welches der beiden entspricht genau der Angabe?

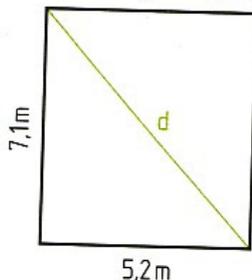
a)  $a = 47 \text{ mm}$

b)  $a = 3,9 \text{ cm}$

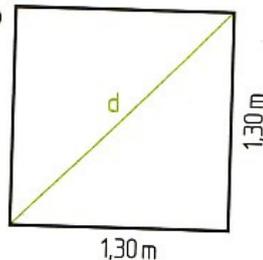
711

Berechne die gesuchte Länge im skizzierten Rechteck!

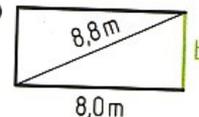
a)



b)



c)



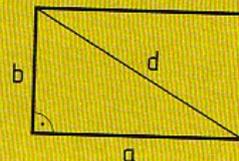
712

Ein Handballfeld besteht aus zwei angrenzenden Quadraten mit je  $20 \text{ m}$  Seitenlänge.

- 1 Berechne die Diagonale einer Spielhälfte!
- 2 Berechne die Diagonale des gesamten Felds!

TIPP

Beachte, dass jede der beiden Diagonalen das Rechteck in zwei rechtwinklige Dreiecke teilt!



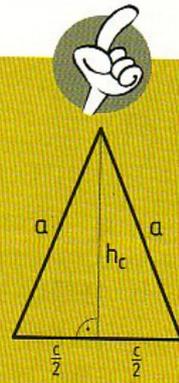
**713**

Von einem gleichschenkligen Dreieck ( $a = b$ ) sind die Länge der Basis  $c$  und die Höhe  $h_c$  gegeben.

- 1 Konstruiere das Dreieck und miss die Länge der Schenkel!
  - 2 Berechne die Länge der Schenkel mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes und vergleiche mit deinem Messergebnis!
- a)  $c = 78 \text{ mm}$ ,  $h_c = 40 \text{ mm}$   
 b)  $c = 4,9 \text{ cm}$ ,  $h_c = 3,4 \text{ cm}$

**TIPP**

Beachte, dass die Höhe  $h_c$  das gleichschenklige Dreieck in zwei kongruente rechtwinklige Dreiecke zerlegt!



**714**

Von einem gleichschenkligen Dreieck ( $a = b$ ) sind die Basis  $c$  und die Höhe  $h_c$  gegeben.

- 1 Berechne die Länge der Schenkel!
  - 2 Berechne den Flächeninhalt!
- a)  $c = 1,25 \text{ m}$ ,  $h_c = 2,22 \text{ m}$       b)  $c = 1,80 \text{ m}$ ,  $h_c = 90 \text{ cm}$

**715**

Von einem gleichschenkligen Dreieck ( $a = b$ ) sind die Längen der Schenkel und der Basis  $c$  gegeben.

- 1 Konstruiere das Dreieck und miss die Höhe  $h_c$ !
  - 2 Berechne die Höhe  $h_c$  mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes und vergleiche mit deinem Messergebnis!
- a)  $a = 43 \text{ mm}$ ,  $c = 51 \text{ mm}$       b)  $a = 7,2 \text{ cm}$ ,  $c = 4,6 \text{ cm}$

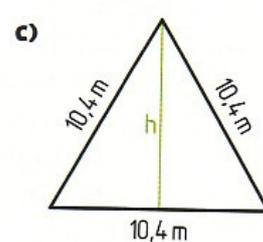
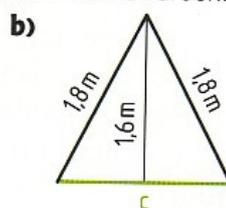
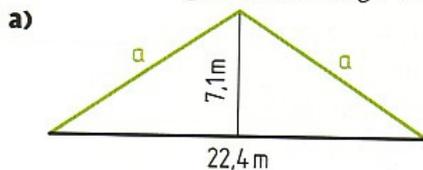
**716**

Von einem gleichschenkligen Dreieck ( $a = b$ ) sind die Längen der Schenkel und der Basis  $c$  gegeben.

- 1 Berechne die Höhe  $h_c$ !
  - 2 Berechne den Flächeninhalt!
- a)  $a = 76 \text{ cm}$ ,  $c = 88 \text{ cm}$       b)  $a = 97 \text{ cm}$ ,  $c = 1,00 \text{ m}$

**717**

Berechne die gesuchte Länge im skizzierten Dreieck!



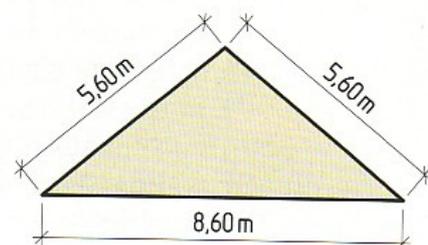
**718**

Ein gleichseitiges Dreieck hat die Seitenlänge  $a$ .

- 1 Konstruiere das Dreieck und miss die Höhe  $h$ !
  - 2 Berechne die Höhe  $h$  mit Hilfe des pythagoräischen Lehrsatzes und vergleiche mit deinem Messergebnis!
- a)  $a = 45 \text{ mm}$       b)  $a = 5,3 \text{ cm}$

**719**

Das Giebeldreieck einer Hauswand wird mit Holz verschalt. Wie groß ist sein Flächeninhalt?

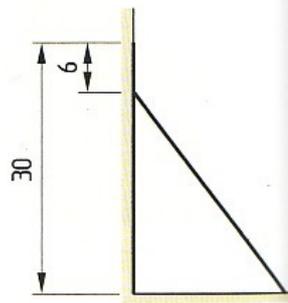




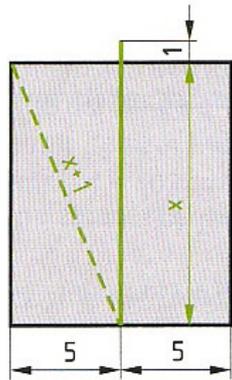
**X** (K)eine Hexerei

**7 2 0**

Löse eine Aufgabe, die uns von den Babyloniern überliefert ist:  
 „Ein Balken, 30 Ellen lang, steht angelehnt.  
 Oben ist er 6 Längeneinheiten herabgekommen.  
 Von unten wie weit hat er sich entfernt?“



**7 2 1**



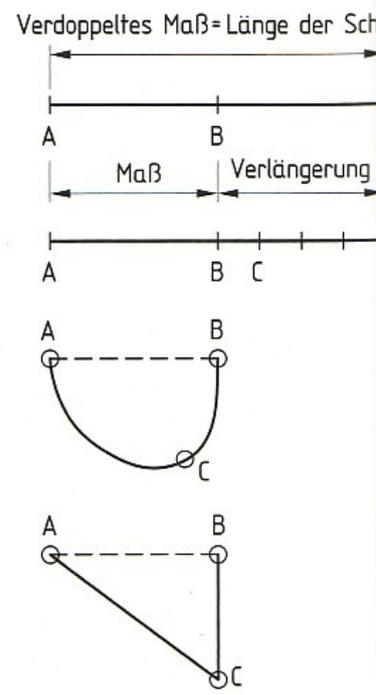
Maße in Fuß

Löse eine 2 200 Jahre alte Aufgabe aus China! Sie stammt aus einer Aufgabensammlung mit dem Titel „Chiu Chang Suan Shu“ (neun Bücher arithmetischer Technik).  
 „Jetzt hat man einen Wasserbehälter mit quadratischer Basis. Die Seite des Quadrats ist ein Klafter. Ein Schilfrohr wächst gerade in seiner Mitte. Es ragt aus dem Wasser um einen Fuß heraus. Streckt man das Schilfrohr zum Ufer hin, dann wird das Ufer gerade erreicht.  
 Frage: Wie groß ist jedes, die Wassertiefe und die Länge des Schilfrohrs?“ (1 Klafter = 10 Fuß)

**7 2 2**

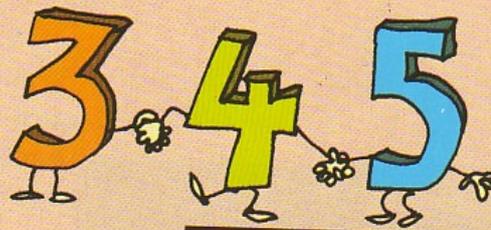
Bei indischen Tempelbauten wurden aus religiösen Gründen oft exakte Konstruktionen gefordert. Die Anweisung zur Konstruktion eines rechten Winkels stammt aus einem indischen Text, der zwischen 500 und 200 vor Christus entstanden ist:

- „Nachdem man das Maß verdoppelt hat, setzt man eine Marke an den 4. Teil der Verlängerung.“  
 Probiert es nach der folgenden Anleitung aus! Ihr benötigt eine Schnur beliebiger Länge und Kreide zum Markieren. Zum Halbieren und Vierteln braucht ihr die Schnur nur entsprechend zusammenfalten.
- 1** Halbiert die Schnur! (Die Länge der Schnur entspricht dem verdoppelten Maß.)
  - 2** Teilt die Verlängerung in vier gleiche Teile und markiert den Punkt C!
  - 3** Markiert die Strecke AB mit Kreide auf dem Boden und haltet die Enden des Seils in diesen Punkten fest!
  - 4** Fasst das Seil im Punkt C und zieht es straff! Im Punkt B entsteht ein rechter Winkel.
- Welches Seitenverhältnis verbirgt sich in dieser Anleitung?



## 2 Pythagoräische Tripel

Wir sind ein pythagoräisches Tripel!



Wir drei gehören zusammen.

Gilt für drei **natürliche Zahlen**  $a, b, c$  der Zusammenhang  $a^2 + b^2 = c^2$ , dann nennt man diese drei Zahlen ein **PYTHAGORÄISCHES TRIPEL**.

- 7 2 3** 1. Weise nach, dass für die Zahlen 3, 4 und 5 gilt:  $a^2 + b^2 = c^2$ !
2. Gilt das auch, wenn du jede der drei Zahlen verdoppelst?
3. Wähle eine natürliche Zahl, die größer ist als zwei und multipliziere jede der drei Zahlen 3, 4 und 5 mit dem gewählten Faktor! Gilt auch für die drei neuen Zahlen  $a^2 + b^2 = c^2$ ?

**7 2 4** Von einem pythagoräischen Tripel sind die beiden kleineren Zahlen angegeben. Wie lautet die größte Zahl?

- a) 10 und 24    b) 9 und 12    c) 15 und 36    d) 12 und 35

**7 2 5** Von einem pythagoräischen Tripel sind die beiden größeren Zahlen angegeben. Wie lautet die kleinste Zahl?

- a) 45 und 51    b) 117 und 125    c) 345 und 377    d) 195 und 197

**7 2 6** Von einem pythagoräischen Tripel sind zwei Zahlen gegeben. Wie lautet die dritte Zahl?

- a)  $a = 8, b = 15$     b)  $b = 140, c = 148$     c)  $b = 24, c = 74$     d)  $a = 90, c = 106$

**7 2 7** So kannst du selbst ein pythagoräisches Tripel bilden: Wähle zwei beliebige natürliche Zahlen  $u$  und  $v$  mit  $u > v$  und berechne daraus die Zahlen  $a, b, c$  auf folgende Weise:

**BEISPIEL**  $u = 5, v = 2$   
 $a = 5^2 - 2^2 = 25 - 4 = 21$   
 $b = 2 \cdot 5 \cdot 2 = 20$   
 $c = 5^2 + 2^2 = 25 + 4 = 29$   
 $21^2 + 20^2 = 29^2$   
 $441 + 400 = 841$  richtig!

$$a = u^2 - v^2, b = 2uv, c = u^2 + v^2$$

Überprüfe, ob die Zahlen  $a, b$  und  $c$  ein pythagoräisches Tripel bilden!

### TIPP

Du kannst selbst überprüfen, warum für diese Zahlen  $a^2 + b^2 = c^2$  gelten muss: Setze für  $u^2 = x$  und für  $v^2 = y$ , dann gilt:  
 $a = x - y$  und  $a^2 = (x - y)^2$   
 $b^2 = (2uv)^2 = 4u^2v^2 = 4xy$   
 $c = x + y$  und  $c^2 = (x + y)^2$   
 Setze in obige Gleichung ein; dann erhältst du:  
 $(x - y)^2 + 4xy = (x + y)^2$   
 Rechne nach, ob diese Gleichung stimmt!



### Wissenspeicher

In jedem **rechtwinkligen** Dreieck gilt der **LEHRSATZ DES PYTHAGORAS**:  $a^2 + b^2 = c^2$ . Dabei sind  $a, b$  die Längen der **Katheten**,  $c$  die Länge der **Hypotenuse**. Drei **natürliche** Zahlen  $a, b$  und  $c$ , für die  $a^2 + b^2 = c^2$  gilt, nennt man ein **PYTHAGORÄISCHES TRIPEL**.



## ZAHLENTRIPEL



Schon seit Jahrtausenden beschäftigten sich Menschen nicht nur aus praktischen Bedürfnissen mit Mathematik, sondern sind auch von theoretischen Inhalten fasziniert.

Das zeigt zum Beispiel diese babylonische Keilschrifttafel mit 15 pythagoräischen Tripeln, die zu Beginn des 19. Jahrhunderts gefunden wurde.

Die Zahlen sind im Sechzigersystem dargestellt. Die zweite Spalte gibt den Wert der Zahl  $b$  an, die dritte Spalte  $c$ , die Spalte ganz rechts die Zeilennummerierung. Der Wert von  $a$  ist nicht angegeben, die erste Spalte zeigt nur das Verhältnis  $a^2 : b^2$ .

## 728

Die Zahlen  $b$  und  $c$  der ersten vier Zeilen sind hier im Dezimalsystem angegeben. Berechne den Wert der Zahl  $a$ !

- |                             |                               |
|-----------------------------|-------------------------------|
| a) $b = 119, c = 169$       | c) $b = 4\,601, c = 6\,649$   |
| b) $b = 3\,367, c = 4\,825$ | d) $b = 12\,709, c = 18\,541$ |

Multiplizierst du alle drei Zahlen eines pythagoräischen Tripels mit der gleichen natürlichen Zahl, dann erhältst du wieder ein pythagoräisches Tripel. Da es unendlich viele natürliche Zahlen gibt, könntest du unendlich viele pythagoräische Tripel bilden.

Umso erstaunlicher ist es, dass man keine drei positiven natürlichen Zahlen  $a, b$  und  $c$  finden konnte, für die der Zusammenhang  $a^3 + b^3 = c^3$  gilt, ebensowenig  $a^4 + b^4 = c^4$ . Der französische Mathematiker Pierre de Fermat stellte im 17. Jahrhundert die Behauptung auf, dass es keine natürlichen Zahlen  $a, b, c$  gibt, für die die Gleichung  $a^n + b^n = c^n$  gilt, wenn die Hochzahl  $n$  größer als 2 ist. Diese Vermutung wird auch als „**großer Satz von Fermat**“ bezeichnet.

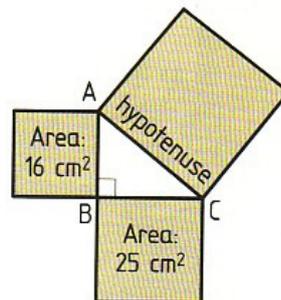
Da man nicht jede Zahlenkombination durchrechnen kann, um eine solche Behauptung zu überprüfen, muss man sie allgemein (also mit Variablen) beweisen. Fermats Beweis für seinen berühmten Satz blieb unauffindbar. Über drei Jahrhunderte lang haben viele große Mathematiker versucht, ihn wiederzuentdecken, aber keinem gelang es. Erst im Jahr 1995 veröffentlichte der britische Mathematiker **Andrew Wiles** nach siebenjähriger geheimer Arbeit einen Beweis, der 180 Seiten umfasste. Zeitungen auf der ganzen Welt berichteten darüber.

# The Pythagorean Theorem

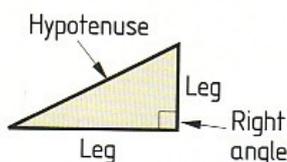
## The Pythagorean Theorem

The area of the square on the hypotenuse of a right-angled triangle is equal to the sum of the areas of the squares on the other two sides.

**729** Find the area of the square on side AC.



**730**



The hypotenuse of a right-angled triangle is 14 inches. Find the second leg if one leg is 9 inches. First, draw a sketch of the triangle.

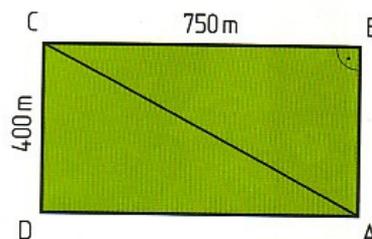
**731**

A ladder which is 13 dm long just reaches the top of a wall which is 12 dm high. Calculate the distance of the foot of the ladder from the foot of the wall.

**732**

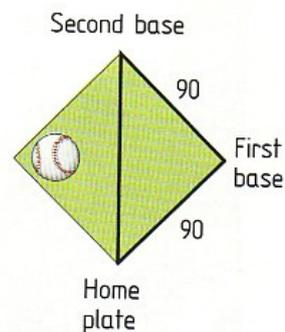
Anna and Lim are on a hike. They come to a corner of a rectangular field that measures 750 m by 400 m. Anna decides to take a shortcut and walk diagonally across the field. Lim walks around two sides of the field.

- 1 Who walks farther?
- 2 How much farther does this person walk?



**733**

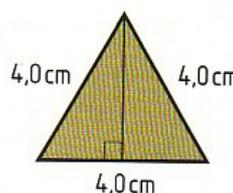
A regulation baseball diamond is a square with 90 feet between bases. How far is the second base from the home plate?



**734**

An equilateral triangle's sides are 4.0 cm long.

- 1 Calculate the height of the triangle to the nearest millimetre.
- 2 Calculate the area of the triangle to the nearest tenth of a square centimetre.



diesmal:

- Rechtwinklige Dreiecke
- Pythagoräische Tripel

Trag jede richtig gelöste Aufgabe im Wissensanzeiger (links) ein! Bemale pro Punkt (●) ein Feld und beginn dabei unten! Die Lösungen findest du auf Seite 253.



**1**

Berechne die fehlende Seitenlänge des rechtwinkligen Dreiecks!

- a)  $a = 3,2 \text{ m}$ ,  $b = 4,5 \text{ m}$
- b)  $a = 5,7 \text{ m}$ ,  $c = 8,9 \text{ m}$

**3**

- a) Berechne die Diagonale des Rechtecks!  
 $a = 25,8 \text{ cm}$ ,  $b = 12,9 \text{ cm}$
- b) Berechne die Seite  $b$  des Rechtecks!  
 $a = 13,7 \text{ cm}$ ,  $d = 20,0 \text{ cm}$

**4**

- 1) Berechne die Diagonale des Quadrats mit  $a = 36,7 \text{ cm}$ !
- 2) Berechne den Flächeninhalt des Quadrats aus 1) auf zwei Arten!

**6**

- 1) Berechne die Höhe  $h_c$  des gleichschenkligen Dreiecks mit  $a = b = 14,2 \text{ cm}$ ,  $c = 19,9 \text{ cm}$ !
- 2) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks aus 1)!

**8**

Die Straße von Bruck an der Glocknerstraße (755 m Seehöhe) nach Ferleiten (1 151 m Seehöhe) ist 14,000 km lang.

- 1) Berechne die waagrechte Entfernung  $w$  der beiden Orte!
- 2) Berechne die durchschnittliche Steigung in Prozent!

**2** ●

Berechne die fehlende Seitenlänge!

**5** ●

Berechne die Seitenlänge  $x$  des dargestellten Rechtecks!

**7**

- 1) Berechne die Höhe  $h$  des gleichseitigen Dreiecks mit  $a = 33,3 \text{ cm}$ !
- 2) Berechne den Flächeninhalt des Dreiecks aus 1)!

**9**

- a) Die beiden kleineren Zahlen sind 27 und 36. Wie lautet die größte Zahl des pythagoräischen Tripels?
- b) Die beiden größeren Zahlen sind 74 und 70. Wie lautet die kleinste Zahl des pythagoräischen Tripels?

